

1. Je dáno  $n$  měst označených čísly  $1, \dots, n$ , z každého vedou cesty pouze do měst s vyšším číslem, cesty jsou jednosměrné. Kolika způsoby se lze dostat z města 1 do města  $n$ ?
2. Vyřešte problém nejdelší rostoucí podposloupnosti, ve které je povolen jeden pokles.
3. Kolika možnostmi lze vydláždit mřížku velikosti  $2 \times n$  dlaždičkami  $1 \times 2$  a  $2 \times 1$ ? A co čtverci  $2 \times 2$ , kterým chybí jeden roh?
4. Vyřešte problém nejdelší rostoucí podposloupnosti v čase  $O(n \log(n))$ .
5. Je dán řetězec. Jak ho rozřezat na co nejmenší počet bloků takových, že každý blok tvoří palindrom?
6. Na vstupu je vážený DAG  $G$  s jedním zdrojem  $s$  a jedním stokem  $t$ . Vymyslete algoritmus, který hledá nejkratší cestu z vrcholu  $s$  do vrcholu  $t$ .
7. Upravte algoritmus pro hledání minimální triangulace tak, aby uměl i hledanou triangulaci vypsat.
8. Na vstupu je strom  $G$ . Vymyslete algoritmus, který v něm hledá nejdelší cestu. A co když jsou hrany vážené?
9. WEIGHTED VERTEX COVER (WVC) (česky vážené vrcholové pokrytí)  
Vstup: graf  $G$ , cenová funkce  $w : V \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ .  
Výstup: co nejlevnější podmnožina vrcholů  $S \subseteq V(G)$  taková, že pro  $\forall e \in E(G) \exists v \in S : v \cap e \neq \emptyset$  a  $\sum_{v \in S} w(v)$  je minimální.  
Vyřešte problém WVC na váženém stromě.  
**Hint:** zkuste to nejdříve na neváženém stromě.  
**Poznámka:** na obecných grafech je WVC NP-těžké (a dokonce i nevážená je NP-težká), jde však o praktický problém a umíme jej „řešit“ nejrůznějšími způsoby. Například ho umíme 2-aproximovat, tzn. umíme najít řešení, které je nejhůře dvakrát horší, než optimální řešení.