

1. Je dáno pole velikosti $n = 7$ a chceme použít *otevřenou adresaci* s použitím *dvojitého hashování*, kde hashovací funkce je funkce $h(k, i) = 4k + 5i \bmod n$. Vložte do tabulky prvky 8, 1, 4, vymažte prvek 1 a nalezněte prvek 4.

2. Ukažte, že pro nesoudělná n, m platí, že $\{kn \bmod m \mid k \in \{0, \dots, m-1\}\} = \{0, \dots, m-1\}$.

Hint. Použijte znalosti z BI-ZDM :).

3. Představte si, že hodíme deseti hracími kostkami a počty ok sečteme. V jakém pravděpodobnostním prostoru se tento pokus odehrává? O jakou náhodnou veličinu jde? Jak stanovit její střední hodnotu?

4. Mějme počítač, který je obohacen instrukcí `random_bit`, která dokáže náhodně uniformně nezávisle generovat nulu nebo jedničku. Jak pomocí takové funkce generovat rovnoměrně náhodná přirozená čísla od 0 do $n-1$ pro konkrétní fixní n ?

Hint. Nejprve to zkuste pro n , které je mocninou dvojky.

5. Ze síťového socketu nám chodí packety a víme, že si je všechny nemůžeme uložit, protože se nám nevejdou do paměti. Navíc ani nevíme, kolik těch packetů přijde. Chceme si však zapamatovat alespoň jeden packet a to tak, abychom si zapamatovaný packet vybrali uniformně náhodně. Navrhněte způsob, jak tohoto docílit.

Těžká verze. Co kdybychom si chtěli zapamatovat k uniformně náhodných packetů, tzn. každou k -tici vybrat se stejnou pravděpodobností?

Poznámka. Tento algoritmus (resp. třída algoritmů) se jmenuje *reservoir sampling*.

6. Popište algoritmus, který v lineárním čase vygeneruje náhodnou permutaci množiny $\{0, \dots, n-1\}$.

7. Tung letos navštěvuje na Matfyzu předmět „Pravděpodobnostní techniky“, kde každý týden dostane sadu n příkladů za domácí úkol. Tungovi to moc nejde, ale naštěstí má dobrého kamaráda Vaška, který je ochoten mu s úkoly pomáhat – každou radu však musí Vaškovi kompenzovat třemi šálky kávy. Vašek je mazaný a chce profitovat co nejvíce, ale zároveň nechce být moc nápadný. Proto na každou Tungovu žádost o radu Vašek uniformně náhodně nezávisle vybere jednu z n úloh a k té mu dá nějakou nápovědu. Jelikož je Tung opravdu marný, k jedné úloze je možné dát nekonečně mnoho nápověd. Zjistěte očekávaný počet káv, který musí Tung koupit Vaškovi, než dostane alespoň jednu radu ke každé úloze.