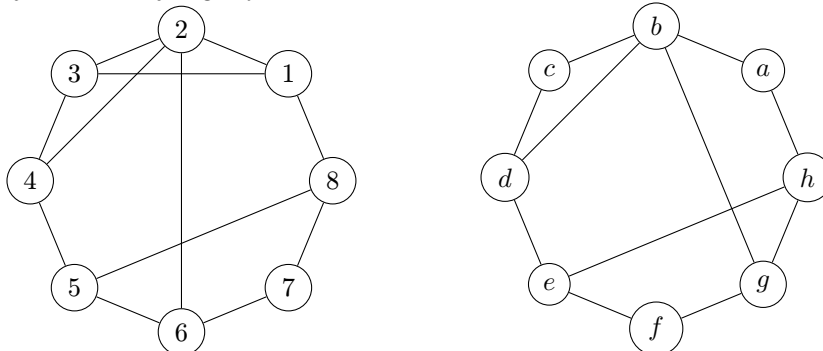


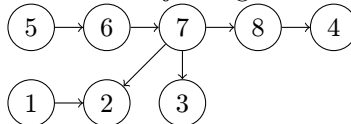
1. Ukažte, že pokud jsou grafy  $G$  a  $H$  izomorfní, pak i jejich doplňky jsou izomorfní.
2. Rozhodněte, zda jsou následující grafy izomorfní.



A co když se přidá hrana  $(a, c)$ ?

3. Určete počet automorfismů následujících grafů.
  - Úplný graf  $K_n$ , z něhož byla odstraněna jedna hrana.
  - Úplný graf  $K_n$ , z něhož jsou odstraněny dvě sousední hrany.
  - Úplný graf  $K_n$ , z něhož jsou odstraněny dvě nesousední hrany.
  - Graf vzniklý propojením dvou úplných grafů  $K_n$  dvěma nesousedními hranami.

4. Spočítejte počet topologických uspořádání následujícího grafu



5. Definujeme  $\Delta(G)$  jako maximální stupeň vrcholu grafu  $G$ . Nechť  $T$  je neorientovaný strom. Ukažte, že  $T$  má nutně alespoň  $\Delta(T)$  listů.
- 6\*. Nechť  $d_1, \dots, d_n$  jsou kladná celá čísla. Dokažte, že existuje strom se souborem stupňů  $d_1, \dots, d_n$ , právě když  $\sum_{i=1}^n d_i = 2n - 2$ .
7. Navrhněte algoritmus, který v čase  $O(n)$  pro zadaný neorientovaný graf  $G$  zjistí, zda-li obsahuje kružnici.
- 8\*. Navrhněte algoritmus, který pro neorientovaný graf  $G$  zjistí, zda-li je bipartitní.
9. Dokažte, že pro každý souvislý graf  $G$  na alespoň třech vrcholech existují dva různé  $u, v \in V(G)$  tak, že všechny grafy  $G - v$ ,  $G - u$  a  $(G - u) - v$  jsou souvislé.
10. Kolik koster má  $K_{2,n}$ ?
11. Modifikujte algoritmus  $BFS$  tak, aby spočítal počet nejkratších cest mezi dvěma vrcholy.

Domácí úkol: <https://codeforces.com/contest/1037> (ale prioritizujte Progtest).